

Задаци за полагање ванредног испита из математике I разред, IV степен

1. Дати су искази:

$$p: \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = 1\frac{1}{6};$$

$$q: 2,5 - \frac{1}{2} + 1,5 \cdot 10 = 17;$$

$$r: 5\% = \frac{5}{100}.$$

Одреди истинитосне вредности следећих исказа:

а) $p \wedge q$,

б) $p \vee q$,

в) $p \Rightarrow q$,

г) $p \Leftrightarrow q$,

д) $(p \Rightarrow (q \vee \neg(r \wedge p)))$.

2. Испитај да ли је формула таутологија:

а) $(p \Rightarrow (p \wedge \neg p)) \Rightarrow \neg p$;

б) $(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$.

3. Дати су скупови $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 \leq 4\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x - 2 < 3\}$, $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \mid 12\}$ и $D = \{x \mid x \text{ је прост број} \wedge x < 8\}$. Одреди:

а) $(A \cup B) \setminus (C \cup D)$;

б) $(A \setminus B) \cup (C \setminus D)$;

в) $(A \cap B) \setminus (C \cap D)$.

4. Одреди скупове

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x < 7\},$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge -5 < 3x - 1 \leq 2\} \text{ и}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge 2|x| + 5 \leq 9\};$$

а затим одреди елементе скупова:

а) $A \cap B$,

б) $B \setminus C$,

в) $B \cup C$,

г) $(B \cap C) \cup (A \setminus C)$.

5. Дате су функције $f(x) = 2 + 3x$ и $g(x) = 2 + x$, $x \in \mathbb{N}$. Одреди $f(11)$, $f(222)$, $g(13)$, $g(205)$, $f(g(1))$ и $g(f(1))$.
6. Нека је $f(x) = 2x - 1$. Одреди:
- $f\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$,
 - $f\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} + \frac{3}{2}\right)$,
 - $f\left(\frac{16}{3} : \left(8 + \frac{1}{3}\right)\right)$.
7. Одреди $f(x)$ ако је:
- $f\left(\frac{x}{2} - 3\right) = x + 1$;
 - $f\left(\frac{x}{3} - 1\right) = x - 8$.
8. Израчунај вредност израза
- $\left(-2\frac{1}{2}\right) + 5\frac{3}{4} - 3\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - 6\frac{1}{2}$;
 - $\frac{3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 1\frac{1}{2} - 4 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^2}{2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^2 - 1}$.
9. Израчунај обим и површину правоугаоника као и границу апсолутне грешке у оба мерења ако су дужине његових страница:
- $a = 4,3 \pm 0,1$ и $b = 2,5 \pm 0,1$;
 - $a = 2,4 \pm 0,1$ и $b = 3,7 \pm 0,1$.
10. Одреди x из пропорције:
- $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 12 : x$;
 - $\frac{7}{2} : \frac{1}{3} = x : \frac{1}{6}$.
11. Користећи пропорције, одреди x и y ако је
- $x : y = 2 : 3$, $x + y = 10$;
 - $x : 5 = y : 3$, $x - y = 6$.
12. Колико је потребно брашна за 70kg хлеба ако се од 4kg брашна добије 5kg хлеба?
13. а) Један посао три радника обави за 12 дана. За колико дана би исти посао обавила четири радника?
 б) Колико часова дневно треба да раде четири једнака трактора за 35 дана да би поорали

3640ha земљишта, ако три таква трактора за 25 дана радећи дневно по 14 часова поору 1820ha?

в) Петнаест радника заврши један посао за 24 часа. После 10 часова рада посао напусте три радника. Колико још треба да раде преостали радници да би завршили остатак посла?

14. Награду од 4530 динара треба поделити тројници радника у размери са њиховим радним данима у заједничком послу. Колико сваки добија ако је први радник радио 5 дана, други 4 дана а трећи 3 дана?
15. а) Марија је на распродаји платила сукњу 7700 динара, што је 12% мање од првобитне цене. Колика је била цена сукње пре распродаје?
б) Досадашњу цену од 4800 динара за 1m платна треба повећати за 3%. Колика је нова цена?
16. У троуглу ABC израчунај оштар угао:
а) између симетрала углова α и β , ако је $\alpha = 84^\circ$ и $\beta = 43^\circ$;
б) између симетрале угла α , $\alpha = 64^\circ$ и висине из темена B .
17. Ослободи се заграда и среди израз:
а) $(x + 5)(x^2 - 2x + 3) - 15$;
б) $(2 + 3x - x^2)(x^2 + 5x - 1) + 5x^2(x^2 - 2x + 3)$.
18. Помножи полиноме:
а) $x - 1$ и $x^2 + x + 1$;
б) $x + 3$ и $x^2 - 3x + 9$;
в) $3x^2 - 5x + 6$ и $2x - 7$.
19. Одреди количник и остатак при дељењу полинома $A(x)$ полиномом $B(x)$ ако је:
а) $A(x) = x^2 - 2x + 2$, $B(x) = x - 1$;
б) $A(x) = 6x^2 - 13x$, $B(x) = 2x - 3$;
в) $A(x) = x^3 + 2x^2$, $B(x) = x^2 + x + 1$.
20. Среди израз:
а) $\frac{1}{x} - \frac{1}{2y} - \frac{2}{x} - \frac{2}{3y}$;
б) $\frac{5a-3}{2a} + \frac{3a-4}{3a} - \frac{a+1}{4a}$.

21. Среди израз:

а) $\frac{2}{a+b} - \frac{3}{a-b} - \frac{2}{a}$;

б) $\frac{1}{b} - \frac{2}{a+b} - \frac{3}{b(a+b)}$.

22. Среди израз: $\frac{n+1}{n-1} - \frac{n-1}{n+1} - \frac{4n}{n^2-1}$.

23. Среди израз: $\frac{y}{x^2-xy} + \frac{x}{xy-y^2} - \frac{x+y}{xy}$.

24. Среди израз: $\frac{16x-x^2}{x^2-4} + \frac{3+2x}{2-x} - \frac{2-3x}{x+2}$.

25. Среди израз:

а) $\frac{15x^2}{2x-10} \cdot \frac{x^2-25}{25x}$;

б) $\frac{6y^3}{4-x^2} : \frac{3y^2}{2-x}$.

26. Среди израз: $\frac{a-2}{a-4} \left(\frac{4a}{a^2-4} + \frac{a}{6-3a} + \frac{a}{a+2} \right)$.

27. Среди израз: $\left(\frac{a+b}{b} - \frac{2b}{b-a} \right) \cdot \frac{b-a}{a^2+b^2} + \left(\frac{a^2+1}{2a-1} - \frac{a}{2} \right) : \frac{2+a}{1-2a}$.

28. Реши једначину:

а) $5(2x - 1) - 3(4x - 5) = -3x + 11$;

б) $\frac{x-1}{4} = 0,5 - \frac{6-5x}{8}$;

в) $(x - 2)^2 - (x - 3)(x + 3) = 13 - 4x$.

29. Реши једначину: $3 - \frac{9}{2x-5} + \frac{3x}{3x-2} = 5 - \frac{2x}{2x-5}$.

30. Реши једначину: $\frac{20x+9}{2x+1} - \frac{24x^2+5}{4x^2-1} = \frac{40}{10x-5} + 4$.

31. Реши једначину: $\frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{17}{x^2-1} - \frac{3}{1-x} = 0$.

32. Различитим методама реши систем једначина:

$$\begin{cases} \frac{4x+5y}{3} = \frac{x-3y}{2} + 4 \\ \frac{3x+y}{2} = \frac{2x+7y}{3} - 1 \end{cases}$$

33. Различitim методама реши систем једначина:

$$\begin{cases} \frac{2x-y}{3} + 2 = \frac{5x+2y}{2} - \frac{7}{6} \\ \frac{3x+y}{2} + 1 = \frac{7x-4y}{3} + 2 \end{cases}$$

34. Реши систем неједначина:

а) $2(3x - 1) < 3(4x + 1) + 16$, $4(2 + x) < 3x + 8$;

б) $3 - \frac{3x}{2} > \frac{5}{8} - \frac{4x-3}{6}$, $2x(2x - 5) - 27 < (2x + 1)^2$.

35. Реши неједначину:

а) $\frac{x-2}{2x+1} < 0$;

б) $\frac{3-3x}{x-3} > 0$.

36. Реши неједначину:

а) $\frac{2x-3}{x-4} \leq 1$;

б) $\frac{x-2}{x+1} \leq 3$.

37. Странице правоугаоника су $a = 8\text{cm}$ и $b = 6\text{cm}$. Одреди вредности тригонометријских функција оштрог угла који образује дијагонала:

а) са дужином страницом правоугаоника;

б) са краћом страницом правоугаоника.

38. Израчунај тригонометријске функције оштрог угла α ако је:

а) $\sin \alpha = \frac{5}{13}$;

б) $\cos \alpha = \frac{8}{17}$;

в) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.

39. Израчунај вредност израза $\frac{1+\operatorname{tg} \alpha}{1-\operatorname{tg} \alpha}$ ако је $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $0 < \alpha < 90^\circ$.

40. Одреди вредност израза:

а) $\frac{\operatorname{tg} 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ}{\sin 30^\circ + \cos 60^\circ}$;

б) $\frac{\sin^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ}{\cos^2 30^\circ - \cos^2 45^\circ}$;

в) $\frac{\operatorname{tg}^2 30^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ}{\operatorname{ctg}^2 30^\circ - \operatorname{ctg}^2 45^\circ}$.