

Задаци за полагање ванредног испита из математике

III разред, IV степен

1. Основа праве призме је правоугли троугао чије су катете 12cm и 5cm , а висина призме је 4cm . Израчунај површину и запремину призме.
2. Основа праве призме је ромб са дијагоналама 12dm и 16dm . Површина њеног омотача је 360dm^2 . Израчунај површину и запремину призме.
3. Израчунај површину и запремину правилне шестостране пирамиде основне ивице 6cm и висине 8cm .
4. Израчунај површину и запремину правилне четворостране пирамиде чија је висина 15m , а површина дијагоналног пресека 120m^2 .
5. Краћа страница правоугаоника је 5cm , а дијагонала 13cm . Израчунај површину и запремину тела које настаје обртањем правоугаоника око његове дуже странице.
6. Површина ваљка је $54\pi\text{cm}^2$, а збир висине и полупречника основе је 9cm . Израчунај запремину ваљка.
7. Одреди површину и запремину купе полупречника основе 12cm и висине 16cm .
8. Обим основе купе је $18\pi\text{cm}$. Изводница купе нагнута је према равни основе под углом од 45° . Израчунај површину и запремину купе.
9. Када се омотач купе развије у равни добије се четвртина круга полупречника $4\sqrt{5}$. Израчунај површину те купе.
10. Металну шупљу лопту чији је пречник 18cm , а дебљина $d = 2\text{cm}$ треба претопити у масивну лопту. Одреди њен пречник.
11. Ако се полупречник лопте повећа за 1cm , њена површина се повећа за $8\pi\text{cm}^2$. Колико се при томе повећа запремина лопте?
12. Одреди дужину тежишних дужи и површину троугла ABC ако је:
а) $A(-8, -2)$, $B(0, -4)$, $C(8, 6)$;
б) $A(3, 2)$, $B(9, 4)$, $C(7, 8)$.
13. Два темена троугла су $A(6, 3)$ и $B(9, -6)$, а средиште странице AC је тачка $D(-3, 0)$. Колика је површина троугла ABC ?
14. Напиши једначину праве која сече координатне осе у тачкама
а) $A(5, 0)$ и $B(0, 2)$;
б) $M(-3, 0)$ и $N(0, -4)$.
15. Напиши једначине дијагонала четвороугла $ABCD$ чија су темена тачке $A(-2, 3)$, $B(5, -5)$, $C(1, 3)$ и $D(5, 0)$.

16. Одреди једначину праве која садржи средиште дужи чије су крајње тачке $A(7, -4)$ и $B(1,2)$ и паралелна је са правом $l: 3x + y - 6 = 0$.
17. Одреди растојање тачке A од праве p ако је:
- а) $A(2,1)$, $p: 3x + 4y + 5 = 0$;
б) $A(1, -4)$, $p: y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$.
18. Одреди једначину кружнице која је концентрична са кружницом $k: x^2 + y^2 - 4y = 0$ и пролази кроз тачку $A(3,0)$.
19. Одреди пресечне тачке круга k и праве p ако је:
- а) $k: x^2 + y^2 = 16$, $p: x - y = 1$;
б) $k: x^2 + y^2 + 6x + 2y = 0$, $p: x + y + 8 = 0$.
20. Одреди међусобни положај круга $k: x^2 + y^2 = 36$ и праве p ако је:
- а) $p: x - y - 4 = 0$;
б) $p: 3x - 4y + 36 = 0$;
в) $p: x - y - 5 = 0$.
21. Одреди једначине тангенти круга k конструисаних из тачке M ако је:
- а) $k: x^2 + y^2 = 25$, $M(7,1)$;
б) $k: x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$, $M(0,0)$.
22. Одреди једначине тангенти круга k у тачки додира M ако је:
- а) $k: x^2 + y^2 = 5$, $M(1, -2)$;
б) $k: x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$, $M(0,3)$.
23. Одреди пресечне тачке елипсе e и праве p ако је:
- а) $e: 24x^2 + 30y^2 = 720$, $p: 2x - 5y = 0$;
б) $e: x^2 + 3y^2 = 36$, $p: 2x - y - 9 = 0$.
24. Одреди једначине тангенти елипсе e у тачки додира M ако је:
- а) $e: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$, $M(2, -3)$;
б) $e: 2x^2 + 3y^2 = 21$, $M(3,1)$.
25. Одреди једначине тангенти елипсе e конструисаних из тачке M ако је:
- а) $e: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, $M(10,4)$;
б) $e: x^2 + 4y^2 = 100$, $M(2,7)$.
26. Одреди једначине тангенти елипсе e које су паралелне правој p ако је:
- а) $e: \frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{24} = 1$, $p: 2x - y + 17 = 0$;
б) $e: 9x^2 + 16y^2 = 144$, $p: 2x - y + 17 = 0$.
27. Кроз тачку $A(2, -5)$ конструисане су праве паралелне асимптотама хиперболе $h: x^2 - 4y^2 = 4$. Нађи једначине тих правих.

28. Одреди једначине тангенти хиперболе h конструисаних из тачке M ако је:
- а) $h: \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1, M(2,0)$;
 б) $h: x^2 - y^2 = 9, M(-3,5)$.
29. Одреди једначине тангенти хиперболе $h: \frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$, нормалне на праву p , ако је:
- а) $p: x + y - 7 = 0$;
 б) $p: x - 2y = 0$.
30. Одреди тачку на параболи $P: y^2 = 8x$ која је најближа правој $l: x + y + 4 = 0$.
31. Одреди једначину тангенте параболе P која је паралелна правој p ако је:
- а) $P: y^2 = 12x, p: y = x + 5$;
 б) $P: y^2 = 9x, p: 3x + 2y - 4 = 0$.
32. Одреди једначину тангенте параболе P која је нормална на праву p ако је:
- а) $P: y^2 = 4x, p: 2x + y - 5 = 0$;
 б) $P: y^2 = 3x, p: 2x - 3y - 4 = 0$.
33. Одреди први члан и разлику аритметичког низа ако је:
- а) $a_2 - a_6 + a_4 + 7 = 0$ и $a_8 - a_7 - 2a_4 = 0$;
 б) $a_2 + a_5 - a_3 = 10$ и $a_2 + a_9 = 17$.
34. Одреди збир првих 19 чланова аритметичког низа ако је $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$.
35. Пети члан геометријског низа је 162, а шести 486. Одреди први члан низа.
36. Дат је први члан b_1 и количник q геометријског низа.
- а) $b_1 = 6, q = -\frac{1}{2}$. Одреди збир првих 11 чланова низа.
 б) $b_1 = -1, q = 2$. Одреди збир првих 6 чланова низа.
37. У геометријском низу, збир прва два члана једнак је 25, а збир прва три члана једнак је 105. Одреди први члан и количник овог низа.
38. Следеће комплексне бројеве напиши у тригонометријском облику:
- а) $3 + 3i$; б) $-2 + 2\sqrt{3}i$; в) $-\sqrt{3} - i$.
39. Одреди производ бројева:
- а) $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{11\pi}{4} + i \sin \frac{11\pi}{4} \right)$ и $z_2 = \sqrt{8} \left(\cos \frac{3\pi}{8} + i \sin \frac{3\pi}{8} \right)$;
 б) $z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$ и $z_2 = 3 \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$.
40. Одреди:
- а) z^6 ако је $z = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$;
 б) z^{10} ако је $z = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.