

Задаци за полагање ванредног испита из математике

Диференцијални испит

Прва година

- Упрости израз:

$$1. \frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2-2ab+b^2}$$

$$2. \frac{a}{a-x} + \frac{3a}{a+x} - \frac{2ax}{a^2-x^2}$$

$$3. \frac{n+1}{n-1} - \frac{n-1}{n+1} - \frac{4n}{n^2-1}$$

$$4. \frac{y}{x^2-xy} + \frac{x}{xy-y^2} - \frac{x+y}{xy}$$

$$5. \frac{x}{x^2-9y^2} - \frac{1}{x+3y}$$

$$6. \frac{16x-x^2}{x^2-4} + \frac{3+2x}{2-x} - \frac{2-3x}{x+2}$$

$$7. \frac{4}{5x-10} + \frac{1}{6-3x} - \frac{2}{x-2}$$

$$8. \frac{x^2-x-6}{x^2-4} - \frac{x-1}{2-x} - 2$$

$$9. \frac{15x^2}{2x-10} \cdot \frac{x^2-25}{25x}$$

$$10. \frac{6y^3}{4-x^2} : \frac{3y^2}{2-x}$$

$$11. \left(\frac{15x^3}{y^4} - \frac{5x}{y^2} + \frac{5}{x} \right) : \left(\frac{3x^2}{y^3} - \frac{1}{y} + \frac{y}{x^2} \right)$$

$$12. \left(a + b + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b} \right) : \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}$$

$$13. \left(\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2a^2-1} - \frac{4a^2}{4a^4-1} \right) : \frac{a}{2a^2+1}$$

$$14. \left(2x - 1 + \frac{15}{x-3} \right) : \left(x - 3 + \frac{5x}{2x-6} \right)$$

$$15. \frac{a-2}{a-4} \cdot \left(\frac{4a}{a^2-4} + \frac{a}{6-3a} + \frac{a}{a+2} \right)$$

- Реши једначину:

$$16. \frac{15x+54}{5x+24} - 3 = \frac{3(4x-1)}{10x+4} - \frac{6x}{5x+24}$$

$$17. 3 - \frac{9}{2x-5} + \frac{3x}{3x-2} = 5 - \frac{2x}{2x-5}$$

$$18. \frac{6x^2+9}{3x^2-x} - 2 = \frac{3}{x} - \frac{3}{3x-1}$$

$$19. \frac{20x+9}{2x+1} - \frac{24x^2+5}{4x^2-1} = \frac{40}{10x-5} + 4$$

$$20. \frac{x}{x+2} - \frac{5}{x+3} = \frac{10x}{x^2+5x+6} + \frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+3}$$

$$21. \frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{17}{x^2-1} - \frac{3}{1-x} = 0$$

$$22. \frac{2x+1}{3x-2} - \frac{2x-1}{3-2x} - \frac{4x^2-3x+3}{6x^2-13x+6} - 1 = 0$$

$$23. \frac{4x^2-2}{7+16x+4x^2} + \frac{3+2x}{1+2x} - \frac{5+2x}{7+2x} - 1 = 0$$

$$24. \frac{x+6}{x-5} + \frac{x-5}{x+6} = \frac{2x^2+23x+61}{x^2+x-30}$$

$$25. \frac{x+1}{x-1} - \frac{2(x+1)}{3x-3} = \frac{1}{3}$$

$$26. \frac{1}{x^2+2x+1} + \frac{4}{x+2x^2+x^3} = \frac{5}{2x+2x^2}$$

$$27. \frac{1}{(3-2y)^2} - \frac{3}{9-4y^2} = \frac{4}{(3+2y)^2}$$

$$28. 1 + \frac{5}{(v-3)(v+2)} = \frac{1}{v+2}$$

$$29. 2 + \frac{1}{t-3} = \frac{4-t}{t-3}$$

$$30. \frac{1}{2x-18} - \frac{x}{x^2-81} = \frac{5}{4x+36}$$

Друга година

- Реши неједначину:

1. $\frac{15}{-x^2+3x+4} > 1$

2. $\frac{x^2-4}{4x-x^2} > 0$

3. $\frac{x^2-6x-16}{x^2-12x+11} < 0$

4. $\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x-3} < 0$

- Реши једначину:

5. $2\sqrt{x+5} = x + 2$

6. $\sqrt{4+2x-x^2} = x - 2$

7. $\sqrt{x^2-5} = \sqrt{x+1}$

8. $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1$

9. $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} = 1$

10. $\sqrt{2x+9} + \sqrt{3x+16} = 7$

11. $\sqrt{6-x-x^2} = x + 1$

12. $\sqrt{x^2+x-3} = 3$

13. $\log_3 x + \log_9 x + \log_{81} x = 7$

14. $\log_{\sqrt{2}} x + \log_2 x + \log_{\sqrt{8}} x = 11$

15. $\log_2 x - 2 \log_8 x + \log_{\sqrt{2}} 2x = \frac{20}{3}$

16. $\log_3(x+1) + \log_3(x-1) = 1$

17. $\log_2(3-x) + \log_2(1-x) = 3$

18. $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

19. $\log_7 2 + \log_{49} x = \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{3}$

20. $\log_5 x + \log_{25} x = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{3}$

- Упрости израз:

$$21. \frac{\sin(\pi-\alpha)\operatorname{tg}\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\operatorname{ctg}(\pi-\alpha)}$$

$$22. \frac{\cos(\pi+\alpha)\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cos(2\pi-\alpha)\cos\frac{\pi}{6}}$$

- Реши једначину:

$$23. \sin^2 x + 2\sin x = 0$$

$$24. 2\sin x \cos x - \sin x = 0$$

$$25. 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$

$$26. 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$27. 8\cos^2 x + \sin x - 3 = 0$$

- Реши неједначину:

$$28. 2\sin x - \sqrt{3} > 0$$

$$29. 2\cos x + 1 < 0$$

$$30. \operatorname{tg} x - \sqrt{3} \leq 0$$

Трећа година

1. Одреди z^{10} ако је $z = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

2. Израчунај $z = (\sqrt{3} - i)^{100}$.

3. Израчунај $z = (1 + i)^{25}$.

4. Напиши једначину круга који пролази кроз тачку $A(9, -5)$ а центар му се налази у пресеку правих $2x + y - 15$ и $x - 3y + 17 = 0$.

5. Напиши једначину круга који пролази кроз тачку $A(3, -6)$ и концентричан је са кругом $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 62 = 0$.

6. Напиши једначину круга који је концентричан је са кругом $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 8$ са полупречником већим за 1.

7. Напиши једначине тангенти круга $k: x^2 + y^2 = 25$ конструисаних из тачке $A(7,1)$.

8. Напиши једначине тангенти круга $k: x^2 + y^2 = 5$ које су паралелне правој $l: x + 2y + 1 = 0$.
9. Напиши једначине тангенти круга $k: x^2 + y^2 = 5$ које су паралелне правој $l: 2x - y + 1 = 0$.
10. Напиши једначине тангенти круга $k: x^2 + y^2 - 10x - 12y + 36 = 0$ које су паралелне правој $l: 4x - 3y + 10 = 0$.
11. Напиши једначине тангенти круга $k: x^2 + y^2 = 5$ које су нормалне на праву $l: x + 2y + 1 = 0$.
12. Напиши једначине тангенти круга $k: x^2 + y^2 = 4$ које су нормалне на праву $l: x + y = 2$.
13. Напиши једначине тангенти круга $k: x^2 + y^2 - 6x - 8y + 15 = 0$ које су нормалне на праву $l: y = 3x$.
14. Напиши једначину елипсе ако је $b = 3$ и тачка $A(-2\sqrt{5}, 2)$ на елипси.
15. Напиши једначину елипсе ако је $c = 4$ и тачка $A(\sqrt{15}, 1)$ на елипси.
16. Напиши једначине тангенти елипсе $e: \frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{24} = 1$ које су паралелне правој $l: 2x - y + 17 = 0$.
17. Напиши једначине тангенти елипсе $e: 9x^2 + 16y^2 = 144$ које су паралелне правој $l: x + y - 1 = 0$.
18. Напиши једначине тангенти елипсе $e: x^2 + 4y^2 = 10$ које су паралелне правој $l: 3x + 2y + 7 = 0$.
19. Напиши једначине тангенти елипсе $e: 25x^2 + 169y^2 = 4225$ које су нормалне на праву $l: 13x + 12y - 115 = 0$.
20. Напиши једначине тангенти елипсе $e: x^2 + 4y^2 = 20$ које су нормалне на праву $l: 2x - 2y - 13 = 0$.
21. Напиши једначине тангенти елипсе $e: 3x^2 + 4y^2 = 120$ које су нормалне на праву $l: 2x - y + 7 = 0$.
22. Напиши једначине тангенти елипсе $e: x^2 + 4y^2 = 16$ које су нормалне на праву $l: 3x - 2y + 18 = 0$.
23. Одреди једначину хиперболе ако су њени фокуси тачке $F_1(-10,0)$ и $F_2(10,0)$, а тачка $M(12,3\sqrt{5})$ припада хиперболи.

24. Одреди једначину хиперболе ако је дужина реалне осе 6, а тачка $M(9, -4)$ припада хиперболи.

25. Одреди једначине тангенти хиперболе $h: \frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$ која је паралелна правој $l: x + y - 7 = 0$.

26. Одреди једначине тангенти хиперболе $h: \frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$ која је паралелна правој $l: x - 2y = 0$.

27. Одреди једначину хиперболе ако су праве $t_1: 5x - 6y - 16 = 0$ и $t_2: 13x - 10y - 48 = 0$ њене тангенте.

28. Одреди једначину тангенте параболе $y^2 = 8x$ која садржи тачку $P(5, -7)$.

29. Одреди једначину тангенте параболе $y^2 = 8x$ која садржи тачку $Q(-4, 2)$.

30. Одреди једначину тангенте параболе $y^2 = 12x$ која је паралелна правој $l: y = x + 5$.

31. Одреди једначину тангенте параболе $y^2 = 9x$ која је паралелна правој $l: 3x + 2y - 4 = 0$.

32. Одреди једначину тангенте параболе $y^2 = 8x$ која је паралелна правој $l: 2x + 2y - 3 = 0$.

33. Одреди једначину тангенте параболе $y^2 = 4x$ која је нормална на праву $l: 2x + y - 5 = 0$.

34. Одреди једначину тангенте параболе $y^2 = 3x$ која је нормална на праву $l: 2x - 3y - 4 = 0$.

35. Реши систем једначина:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -1 \\ x + 2y - 4z = 5 \\ 3x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

36. Реши систем једначина:
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -2 \\ 2x + y + z = 3 \\ 3x + 3y - 2z = 7 \end{cases}$$

37. Реши систем једначина:
$$\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ 2x + y + z = 0 \\ 3x + 2y - z = 3 \end{cases}$$